

Helyi tanterv
Érvényes: a 2020/2021-es tanévtől

Matematika

Nyolc évfolyamos képzés
5-8. osztály

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységek közül indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Az 5–8. évfolyamon az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projekteknél mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

Tananyagbeosztás

Tematikai egység	5. évfolyam heti 4 óra	6. évfolyam heti 4 óra	7. évfolyam heti 3,5 óra	8. évfolyam heti 3 óra
I. Gondolkodási módszerek	10	10	16	14
II. Számtan, algebra	70	74	49	40
III. Függvények, az analízis elemei	9	9	6	6
IV. Geometria	37	33	36	30
V. Statisztika, valószínűség	10	10	12	12
Összesen	136	136	119	102

5. évfolyam

Az 5. osztályban sajátítják el egyszerű szöveges feladatok megoldásának néhány stratégiáját: a hétköznapi és gyakorlati problémák megértését és megjelenítését matematikai alakban, az eredmény becslését és ellenőrzését. Tájékozódnak síkban és térben, ismerik az egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat. Tudják a tanult mértékegységeket átváltani. Bővül a számkör a nagy számokkal, törtekkel, egész számokkal.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 10
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.	
1. Halmazok		5 óra
Ismeretek, tanulási eredmények	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint. Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol.	A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint Halmazábra készítése	
Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben. Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyenesen ábrázol.	Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével Számhalmazok szemléltetése számegegyenesen	<i>Digitális kultúra:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen
2. Matematikai logika, kombinatorika		5 óra
Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg. Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan össze-	Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés, lényegkiemelés

<p>állít.</p> <p>A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére.</p> <p>Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.</p>	<p>A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata</p> <p>Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok</p> <p>Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal</p> <p>Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása</p> <p>Az összes eset előállításánál rendszeresítés sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás</p>	
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol - állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja. 		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, egyesítés, közös rész, számegyenes, „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz</p>	
<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>II. Számтан, algebra</p>	<p>Órakeret 70 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság).</p> <p>Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.</p> <p>A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérésszerek használata.</p> <p>Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, ().</p> <p>A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás száz-as számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend.</p> <p>Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás egy- és kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata.</p> <p>Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma.</p> <p>Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.</p>	

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása.</p> <p>Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével.</p> <p>Fegyelmettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése.</p> <p>Pénzügyi ismeretek alapozása.</p> <p>Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.</p>	
1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek		11 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Érti és alkalmazza a számok helyi értékű írásmódját nagy számok esetén.</p> <p>Ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben.</p>	<p>Számok helyi értékű írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül</p> <p>Számok helyi értékű írásmódjának használata nagy számok esetében</p> <p>Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M</p>	<p><i>Természetismeret:</i></p> <p>Magyarország lakosainak száma</p>
2. Alpműveletek természetes számokkal		8 óra
<p>Írásban összead, kivon és szoroz.</p> <p>Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében.</p> <p>A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt ésszerűen ellenőrzi.</p> <p>A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít.</p> <p>A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számoló-</p>	<p>Számkörbővítés; fejből számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása</p> <p>Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban</p> <p>Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal</p> <p>Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése</p> <p>A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejből, írásban és géppel számolás esetén</p> <p>Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása</p> <p>A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése</p>	<p><i>Természetismeret:</i></p> <p>összehasonlítás, számolás földrajzi adatokkal</p>

gépet használ.		
3. Egész számok. Alapműveletek egész számokkal		11 óra
Meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét. Ismeri az egész számokat.	Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során Alapműveletek elvégzése az egész számok körében Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése Kapott eredmény ellenőrzése; ésszerű kerekítés	<i>Természetismeret; hon- és népismeret:</i> földrajzi adatok vizsgálata <i>Történelem:</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel.
4. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok		10 óra
Ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat. Érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén.	Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén Számok ábrázolása számegyenesen	<i>Ének-zene:</i> a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata.
5. Alapműveletek közönséges törtekkel		10 óra
Összeadás, kivonás az egészek és a törtek körében. Szorzás, osztás az egészek és a törtek körében (tört szorzása, osztása egész számmal, 0 szerepe a szorzásban, osztásban).	Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása Kapott eredmény ellenőrzése	
6. Alapműveletek tizedes törtekkel		8 óra
Összeadás, kivonás az egészek és a törtek körében. Szorzás, osztás az egészek és a törtek körében (tört szorzása,	Számolási készség fejlesztése Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmá-	

osztása egész számmal, 0 szerepe a szorzásban, osztásban).	<p>nak felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása</p> <p>Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése</p>	
Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.	<p>A műveletfogalom mélyítése</p> <p>A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül</p>	
Összeg, különbség, szorzat, hányados változásai.	<p>Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése</p> <p>Algoritmikus gondolkodás fejlesztése</p>	
Műveleti tulajdonságok, a helyes műveleti sorrend. Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.	<p>Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása</p> <p>Az egyértelműség és a következetesség fontossága</p> <p>Az ellenőrzési és becslési igény fejlesztése</p>	
A racionális számok halmaza. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek.	<p>A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal: természetes szám, racionális szám, pontos szám és közelítő szám</p>	
Szabványmértékegységek és átváltások: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg. Matematikatörténeti érdekességek: a hatvanas számrendszer kapcsolata idő mérésével.	<p>Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás)</p> <p>Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján</p> <p>Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i></p> <p>műszaki rajz készítésénél a mértékegységek használata, főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése</p>
7. Arányosság		6 óra
<p>Arányos következtetések.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő, egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel.</p> <p>Egyenes arányosság.</p>	<p>A következtetési képesség fejlesztése</p> <p>Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése</p> <p>Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete</p> <p>Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján</p> <p>Annak megfigyeltetése, hogy az egyik mennyiség változása milyen változást eredményez a hozzá tartozó mennyiségnél</p> <p>Arányérzék fejlesztése, a valóságos viszonyok becslése települések térképe alapján</p>	<p><i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i></p> <p>Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása; a saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i></p> <p>valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított</p>

		rajza
8. Egyszerű szöveges feladatok		6 óra
<p>Szöveges feladatok megoldása. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó rövidebb és hosszabb szövegek feldolgozása.</p>	<p>Szövegértés fejlesztése Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása Emlékezés elmondott, elolvasott történetekre, emlékezést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése, visszaolvasása Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A megoldás ellenőrzése Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történes megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása) <i>Vizuális kultúra:</i> elképzeltek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel</p>
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p>		
<p><i>Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</i></p>		
<ul style="list-style-type: none"> – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén; – ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben. 		
<p><i>Alapműveletek természetes számokkal</i></p>		
<ul style="list-style-type: none"> – a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. 		
<p><i>Egész számok; alapműveletek egész számokkal</i></p>		
<ul style="list-style-type: none"> – gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli; – meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét; – ismeri az egész számokat. 		
<p><i>Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok</i></p>		
<ul style="list-style-type: none"> – ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat; – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén; 		

- megfelelteti egymásnak a racionális számok közösleges tört és tizedes tört alakját.

Alapműveletek közösleges törtekkel

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat.

Alapműveletek tizedes törtekkel

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli;

- megoldását ellenőrzi.

Arányosság

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tíz-es számrendszer, helyi érték, alaki érték, száme-gyenes, összeadandók, az ösz-szeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, osztandó, osztó, hányados, maradék. Kerekítés, becslés, ellenőr-zés. Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték.</p> <p>Közösleges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bőví-tés, közös nevező, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, száme-gyenes véges és végtelen szakaszos tizedes tört, kerekítés, hosszúság, űrtartalom, idő szabványmértékegységei, becslés, ellenőrzés.</p>
---	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	III. A függvények, az analízis elemei	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	
1. A függvények fogalmának előkészítése		5 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. A Descartes-féle derékszögű koordinátarendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Descartes.	Megadott pont koordinátáinak leolvasása, illetve koordináták segítségével pont ábrázolása a koordináta-rendszerben Tájékozódás térképen, nézőtérben, sakktáblán és a koordináta-rendszerben	<i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen, fokhálózat
Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.	A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése	
Egyszerű grafikonok értelmezése. Változó mennyiségek közötti kapcsolatok, ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben.	Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban Sorozatok adott szabály szerinti folytatása	<i>Természetismeret:</i> időjárás grafikonok
2. Sorozatok		4 óra
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével. Sorozatok folytatása adott szabály szerint.	Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	<i>Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc:</i> ismétlődő ritmus, tánclépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán
<i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i>		
– tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit		

leolvassa;	
– sorozatokat adott szabály alapján folytat;	
– néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számsorozat, szabály, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	IV. Geometria	Órakeret 37 óra
Előzetes tudás	Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Háromszög, négyzet, téglalap, jellemzői. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői. Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése. A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői. Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, terület-lefedéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.	
1. Mérés és mértékegységek		10 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Sokszögek kerülete.	Kerület meghatározása méréssel, számolással A matematika és gyakorlati élet közötti kapcsolat felismerése	
Téglalap, négyzet kerülete, területe.	Adott alakzatok kerületének, területének meghatározása méréssel, számolással Számolási készség fejlesztése	<i>Technika és tervezés:</i> udvarok, telkek kerülete; az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete

2. Síkbeli alakzatok		9 óra
Síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.	Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés	–
3. Transzformációk, szerkesztések		10 óra
A tér elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.	A tanult térelemek felvétele és jelölése	
Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás. Síkídomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek) szemléletes fogalma.	Síkídomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése	<i>Vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben
A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése. Két pont, pont és egyenes távolsága. Két egyenes távolsága. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok.	Körző, vonalzó helyes használata, két vonalzóval párhuzamosok, merőlegesek rajzolása Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása	<i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése
Kör, gömb szemléletes fogalma. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő.	Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása Díszítóminták szerkesztése körzővel	<i>Természetismeret:</i> földgömb <i>Testnevelés és sport:</i> tornaszerek: labdák, karikák stb.
Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok. Szakaszfelező merőleges.	A problémamegoldó képesség fejlesztése Pontosság igényének fejlesztése	
A szög fogalma, mérése. Szögfajták. A szög jelölése, betűzése. <i>Matematikatörténet:</i> görög betűk használata a szögek jelölésére, a hatvanas számrendszer kapcsolata a szög mérésével.	Szögmérő használata Fogalomalkotás képességének kialakítása, fejlesztése Törekvés a pontos munkavégzésre	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> görög „abc” betűinek használata
Adott egyenesre merőleges szerkesztése. Adott egyenessel párhuzamos szerkesztése. Téglalap, négyzet szerkesztése.	Gyakorlati példák a fogalmak mélyebb megértéséhez	<i>Technika és tervezés:</i> <i>vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok,

		képkeretek stb. élei)
4. Térgeometria		8 óra
Kocka, téglatest tulajdonságai, hálója.	Testek építése, tulajdonságaik vizsgálata Rendszerező képesség, halmazszemlélet fejlesztése Testek csoportosítása adott tulajdonságok alapján Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével	<i>Technika és tervezés:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat. – csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint; – felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat; – a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít; – ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol; – testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; – ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma. 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság, szögfajták. Távolság, szakaszfelező merőleges, szögfelező. Síkidom, sokszög, kör, test, csúcs, él, lap, szög, gömb. Szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, Kerület, terület, felszín, testek hálója, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	V. Leíró statisztika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	

1. Leíró statisztika		5 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése. Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.	Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás) Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint	<i>Technika és tervezés:</i> menetrend adatainak értelmezése; kalóriatáblázat vizsgálata <i>Digitális kultúra:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés
Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).	Az átlag lényegének megértése Számolási készség fejlődése	<i>Természetismeret:</i> időjárási átlagok (csapadék, hőingadozás, napi, havi, évi középhőmérséklet)
2. Valószínűség számítás		5 óra
Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is. Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ.	Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése	
<i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i>		
– valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Adat, diagram, átlag, valószínűségi kísérlet, biztos esemény, lehetetlen esemény.	

A fejlesztés várt eredményei 5. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése. – Két véges halmaz közös részének, illetve uniójának felírása, ábrázolása. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. – Állítások igazságának eldöntése, igaz és hamis állítások megfogalmazása. – Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata. – Néhány elem összes sorrendjének felírása. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegegyenesen. – Ellentett, abszolút érték felírása.
--	--

- Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.
- A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, az egyenes arányosság felismerése, használata.
- Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása.
- Szöveges feladatok megoldása következtetéssel (az adatok közötti összefüggések felírása szimbólumokkal).
- Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése.
- A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Tájékozódás a koordináta-rendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.
- Egyszerűbb grafikonok, elemzése.
- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén.

Geometria

- Tételek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete.
- A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák pontos szerkesztése. A körző, vonalzó célszerű használata.
- Alapszerkesztések: pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága, szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek.
- A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete.
- Tégllalap és a négyzet kerületének és területének kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Egyszerű diagramok értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

6. évfolyam

6. osztályban a törtek, negatív számok fogalmának szintézise, a műveletek kiterjesztése révén alakul a racionális számok halmazának fogalma. Az oszthatóság témakör jó lehetőséget ad a halmazokkal, a logikával kapcsolatos ismeretek alkalmazására. Az absztrakció fejlődését segíti elő a szöveges feladatok rajzos modelljeinek megalkotása. A problémamegoldás általános lépéseit követik a szöveges feladatok megoldásának lépései. A szimbolikus gondolkodás kialakulását segíti a transzformáció tanítása, az alakzatok tulajdonságainak megfigyelése, azok közötti összefüggések felfedezése. A 6. osztály egyik fő témája az arányossági szemlélet kialakítása, az egyenes arányosság, a törtrész-számítás, ezen alapulva a százalékszámítás tanítása következtetéssel. A szimbólumok használatát készíti elő a sorozatok alkotása képzési szabály alapján, az egyszerű nyitott mondatok felírása.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.	
1. Halmazok		5 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Elemeket halmazba rendez több szempont alapján. Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol. Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konk-	Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint Halmazábra készítése Számhalmazok szemléltetése számegyenesen Részhalmazok felismerése ábráról Halmazok közös részének és	

rét esetekben. Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.	egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.	
2. Matematikai logika, kombinatorika		5 óra
Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg. Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít. A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére. Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket. Változatos tartalmú szövegek értelmezése. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan, legalább, legfeljebb).	Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása Az összes eset előállításánál rendszeres sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés, lényegkiemelés
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol; - állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja. 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, egyesítés, számegyenes „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	II. Számтан, algebra	Órakeret 74 óra
Előzetes tudás	<p>Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság).</p> <p>Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.</p> <p>A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérőeszközök használata.</p> <p>Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, ().</p> <p>A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás száz-as számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend.</p> <p>Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás egy- és kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata.</p> <p>Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma.</p> <p>Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása.</p> <p>Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével.</p> <p>Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése.</p> <p>Pénzügyi ismeretek alapozása.</p> <p>Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.</p>	
1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek		9 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben.</p> <p>Meghatározza természetes számok legnagyobb közös osz-</p>	<p>Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása</p>	<p><i>Természetismeret:</i> Magyarország lakosainak száma</p>

tóját és legkisebb közös többszörösét.		
Egyszerű oszthatósági szabályok (2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel, 10-zel, 100-zal). Két szám közös osztói, közös többszörösei.	Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése Két szám közös osztóinak kiválasztása az összes osztóból A legkisebb pozitív közös többszörös megkeresése 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint	Testnevelés: csapatok összeállítása
2. Alapműveletek természetes számokkal		8 óra
Írásban összead, kivon és szoroz. Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsléni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számoló-	Számkörbővítés; fejből számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban Írásbeli osztás algoritmus kétjegyű természetes számmal Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése A műveleti sorrendre és a zárójelre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejből, írásban és géppel számolás esetén Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő	

gépet használ.	<p>műveletsor felírása</p> <p>A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése</p> <p>Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban</p> <p>Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében</p> <p>Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés</p>	
3. Egész számok, alpműveletek egész számokkal		7 óra
<p>Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében.</p> <p>A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.</p> <p>A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít.</p> <p>A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.</p>	<p>Készpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése</p> <p>Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel</p>	<p><i>Természetismeret; hon- és népismeret:</i> földrajzi adatok vizsgálata</p> <p><i>Történelem:</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel</p>
4. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok		8 óra
Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szaka-	Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok	<i>Ének-zene:</i> a törtszámok és a hangjegyek

szos tizedes törtre.	<p>meghatározása</p> <p>Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés</p> <p>Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése</p> <p>Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén</p> <p>Számok ábrázolása számegyenesen</p>	értékének kapcsolata
5. Alapművelet közönséges törtekkel		8 óra
<p>Elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével.</p> <p>Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében.</p> <p>A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt ésszerűen kerekíti.</p> <p>–</p>	<p>Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján</p> <p>Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében</p> <p>Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban</p> <p>A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása</p> <p>Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása</p> <p>Kapott eredmény ellenőrzése</p>	–
6. Alapművelet tizedes törtekkel		6 óra
<p>Elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével.</p> <p>Írásban összead, kivon és szo-</p>	<p>Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban</p> <p>Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a</p>	

<p>roz.</p> <p>Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében.</p> <p>A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.</p> <p>A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít.</p> <p>A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.</p>	<p>hányados becslése</p> <p>Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban</p> <p>A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén</p> <p>Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása</p> <p>Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése</p> <p>Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés</p>	
<p>7. Arányosság, százalékszámítás</p>		<p>14 óra</p>
<p>Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben.</p> <p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</p> <p>Ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold.</p> <p>Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.</p> <p>Idő, tömeg, hosszúság, terület,</p>	<p>Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben</p> <p>Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában</p> <p>Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése</p> <p>Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete</p> <p>Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján</p> <p>Törtrészkszámítási feladatok</p>	<p><i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i></p> <p>Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása;</p> <p>a saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i></p> <p>valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza</p>

térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.	az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben	
8. Egyszerű szöveges feladatok		14 óra
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold. Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold. Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold. Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A megoldás ellenőrzése Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történet megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása) <i>Vizuális kultúra:</i> elképzeltek történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén; – ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben; – ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait; – a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja; – gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli; – meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét; 		

	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri az egész számokat; – ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat; – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törték esetén; – megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját; – meghatározza konkrét számok reciprokát; – gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli, megoldását ellenőrzi.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, közös osztó, közös többszörös, kerekítés, becslés, ellenőrzés, arány, egyenes arányosság, százalék, százaléktérkép, alap, százalékláb, negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték, közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, közös nevező, reciprok, tizedestört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes, kerekítés, arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei, becslés, ellenőrzés

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	III. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	
1. A függvény fogalmának előkészítése		5 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre. Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben. Felismeri és megalkotja az	A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságai-	<i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen, fokhálózat

egyenes arányosság grafikonját.	nak megfigyelése, elemzése Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakk-táblán és a koordináta-rendszerben Egyenes arányosság grafikonjának felismerése	
2. Sorozatok		4 óra
Sorozatok adott szabály alapján folytat Néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.	Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban Sorozatok adott szabály szerinti folytatása Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása	<i>Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc: ismétlődő ritmus, tánclépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán</i>
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa; – sorozatokat adott szabály alapján folytat; – néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt. 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	sorozat, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	IV. Geometria	Órakeret 33 óra
Előzetes tudás	Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Háromszög, négyzet, téglalap, jellemzői. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői. Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése. A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői. Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése.	

	<p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése.</p> <p>A szaknyelv helyes használatának fejlesztése.</p> <p>A geometriai jelölések pontos használata.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.</p>	
1. Mérések és mértékegységek		6 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét.</p> <p>Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.</p> <p>Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.</p>	<p>Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés</p> <p>Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben</p> <p>Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása</p> <p>Sokszögek területének meghatározása átdarabolással</p> <p>Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> udvarok, telkek kerülete; az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete</p>
2. Síkbeli alakzatok		9 óra
<p>Ismeri az egyenlőszárú és szabályos háromszöget.</p> <p>Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.</p> <p>Ismeri a speciális négyszögeket.</p>	<p>Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése</p> <p>Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása</p> <p>Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése</p>	

<p>ket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet.</p> <p>Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmozábrájukat.</p> <p>A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.</p> <p>Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.</p> <p>Ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.</p>	<p>Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása</p> <p>Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete</p> <p>Háromszögek csoportosítása szögek és oldalaik szerint</p> <p>Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása</p>	
3. Transzformációk, szerkesztések		10 óra
<p>Megszerkeszti alakzatok tengelyes tükörképét.</p> <p>Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát.</p> <p>Ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget.</p> <p>Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben.</p> <p>Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.</p>	<p>Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben</p> <p>Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése</p> <p>Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> megfelelő eszközök segítségével figyelmes, pontos munkavégzés.</p>

	Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése	
4. Térgeometria		8 óra
A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti. Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló. Ismeri a gömb tulajdonságait. A kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló Testek közül gömb kiválasztása Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése .	<i>Technika és tervezés:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat; – csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint; – felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat; – tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben; – a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít; – ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol. 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei, síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet, szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfe-	

lező félegyenes, test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	V. Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	
1. Leíró statisztika		5 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti.</p> <p>Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is.</p> <p>Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak.</p> <p>Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.</p>	<p>Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)</p> <p>A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiaagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán</p> <p>A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén</p> <p>Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiaagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén</p> <p>Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint</p> <p>Átlag fogalmának ismere-</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> menetrend adatainak értelmezése; kalóriatáblázat vizsgálata</p> <p><i>Digitális kultúra:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés</p>

	te, alkalmazása.	
2. Valószínűség számítás		5 óra
<p>Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is.</p> <p>Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ.</p> <p>Ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát.</p> <p>Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.</p>	<p>Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek</p> <p>Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése</p> <p>A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése</p>	
<p><i>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; – ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál. 		
Kulcsfogalmak/fogalmak	adat, diagram, átlag, valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény	
A fejlesztés várt eredményei a 6. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol; – állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén; – ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben; – ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait; – a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja; – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén; 	

	<ul style="list-style-type: none"> – gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli, megoldását ellenőrzi; – meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét; – ismeri az egész számokat; – ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat; – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén; – megfelelteti egymásnak a racionális számok közösleges tört és tizedes tört alakját; – meghatározza konkrét számok reciprokát. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa; – sorozatokat adott szabály alapján folytat; – néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat; – csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint; – felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat; – tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben; – a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít; – ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása; – valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.
--	---

7. évfolyam

A felső tagozat utolsó két évfolyamában nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód. A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőképesség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.	
1. Halmazok, számhalmazok		6 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Elemeket halmazba rendez több szempont alapján. Részhalmazokat konkrét ese-	Halmazokba rendezés több szempont szerint	

<p>tekben felismer és ábrázol.</p> <p>Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.</p> <p>Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben.</p>	<p>Halmazábra készítése</p> <p>Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen</p> <p>Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben</p> <p>Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben</p>	
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok		10 óra
<p>Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg.</p> <p>Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít.</p> <p>A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére.</p> <p>Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.</p>	<p>Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása</p> <p>A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szak kifejezéseinek ismerete és használata</p> <p>Egyszerű stratégiai és logikai játékok</p> <p>Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is</p> <p>Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül</p> <p>Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése</p>
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – elemeket halmazba rendez több szempont alapján; – részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; – számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol; – véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), 		

<p>egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;</p> <ul style="list-style-type: none"> – tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; – a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; – összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket. 	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört; „minden”, „van olyan”

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	II. Számelmélet, algebra	Órakeret 49 óra
Előzetes tudás	<p>Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal.</p> <p>Ellentett, abszolút érték, reciprok.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság.</p> <p>Alapműveletek racionális számokkal írásban.</p> <p>A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz.</p> <p>Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>	

1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök		10 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</p> <p>Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel.</p> <p>Az eredmény helyes és értelmes kerekítése.</p> <p>Eredmények becslése, ellenőrzése.</p>	<p>Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése</p> <p>Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre</p> <p>Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül</p> <p>Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben</p> <p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása</p> <p>Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számításos feladatok</p>
2. Arányosság, százalékszámítás		15 óra
<p>Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.</p> <p>Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben.</p> <p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</p>	<p>Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben</p> <p>Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása</p> <p>Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom</p> <p>Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés</p> <p><i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban</p> <p><i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajzok értelmezése</p>

	<p>tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása</p> <p>Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása</p> <p>A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése</p>	
3. Szöveges feladatok előkészítése		12 óra
Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.	<p>Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére</p> <p>Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása</p> <p>Helyettesítési érték számolása</p> <p>Egytagú kifejezések számmal való szorzása</p> <p>Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása</p> <p>Két tagból közös számtényező kiemelése</p> <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással</p>	<i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén
4. Szöveges feladatok		12 óra
Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.	<p>Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)</p> <p>Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel</p> <p>Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel</p>	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés; a gondolatmenet tagolása

	Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre; – ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; – meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; – pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja; – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját; – ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; – idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint; – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít; – matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez; – egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; – egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; – egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvéssel megold. 		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelvény, ellenőrzés	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	III. Függvények, az analízis elemei		Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).		
1. A függvény fogalmának előkészítése		6 óra	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<p>Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben.</p> <p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</p>	<p>Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása</p> <p>Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont</p> <p>Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása</p> <p>Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása</p> <p>Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben</p> <p>Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása</p>	<p><i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok</p>	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. – konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; – értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja; – egyszerű grafikonokat jellemez. 			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	IV. Geometria	Órakeret 36 óra
Előzetes tudás	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.</p>	
1. Síkbeli alakzatok		15 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló	Háromszögek külső szögeinek összege Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és	

<p>fogalma.</p> <p>Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet.</p> <p>Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat.</p> <p>A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.</p> <p>Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét.</p> <p>Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.</p>	<p>külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma</p> <p>A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábrára</p> <p>Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabollással és tanult összefüggéssel; alkalmazások</p> <p>Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete</p>	
2. Transzformációk, szerkesztések		10 óra
<p>Megszerkeszti alakzatok középpontos tükrképét.</p> <p>Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát.</p> <p>Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.</p>	<p>Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása</p> <p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Alakzatok középpontos tükrképének megszerkesztése</p> <p>Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése</p> <p>Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver használata</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével</p>
3. Térgeometria		11 óra
<p>A kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti.</p> <p>Testeket épít képek, nézetek,</p>	<p>Környezetünk tárgyaiban a hasáb, alakú testek felfedezése</p> <p>Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata</p>

<p>alaprajzok, hálók alapján.</p> <p>Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.</p> <p>Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.</p> <p>A kocka, a téglatest és a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.</p>	<p>típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló</p> <p>Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján</p> <p>Testek hálójának készítése</p> <p>Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i></p> <p>történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése</p>
--	--	--

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmozábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- megszerkeszti alakzatok középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; – egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; – a kocka, a téglatest, a hasáb, a tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húr-trapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, hasáb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	V. Statisztika, valószínűség		Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.		
1. Leíró statisztika		6 óra	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti. Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is. Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak. Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból,	Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint Adatok rendszerezése, következ-	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése	

<p>olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.</p>	<p>etések megfogalmazása</p> <p>Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása</p> <p>Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása</p>	
<p>2. Valószínűség számítás</p>		<p>6 óra</p>
<p>Valószínűségi kísérletek.</p> <p>Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.</p> <p>Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség- számítás fejlődéséről.</p>	<p>Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is</p> <p>Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése</p> <p>Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál</p> <p>A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során</p>	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; – adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; – különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; – megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; – konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja; – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, 		

	<p>rendezi és ábrázolja digitálisan is;</p> <ul style="list-style-type: none"> – valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; – ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát; – ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

A fejlesztés várt eredményei a 7. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. – Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. – Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. – Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával. – Fagráfok használata feladatmegoldások során. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése, helyes és értelmes kerekítése. – Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság. – A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során. – A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül. – Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás. – Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval. – Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen. – A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása ma-
--	---

	<p>tematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is. – Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése, pontos szerkesztések végzése. – A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok megoldásában. – Középpontos tükörkép, szerkesztése. – Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban. – A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. – Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értelése, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése. – Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban. <p>Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezés</p>
--	--

8. évfolyam

Ebben az évfolyamban tovább folytatódik a szimbolikus gondolkodás kialakulása, ami megalapozza a betűkkel számolást, az egyenletek megoldását. Az absztrakció fejlődésével a logikai műveletek, a problémamegoldás lépéseinek alkalmazása, a feladatmegoldás tudatosabbá válik. Ezzel együtt fejlődnek az indoklások, a bizonyítási igény.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része.</p> <p>Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>	
1. Halmazok, számhalmazok		6 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Elemeket halmazba rendez több szempont alapján.</p> <p>Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol.</p> <p>Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.</p> <p>Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét),</p>	<p>Halmazokba rendezés több szempont szerint</p> <p>Halmazábra készítése</p> <p>Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen</p> <p>Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben</p> <p>Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), vé-</p>	

véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben.	ges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben	
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok		8 óra
<p>Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg.</p> <p>Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít.</p> <p>A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére.</p> <p>Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.</p> <p>Konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.</p>	<p>Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása</p> <p>A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szak kifejezéseinek ismerete és használata</p> <p>Egyszerű stratégiai és logikai játékok</p> <p>Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is</p> <p>Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül</p> <p>Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás</p> <p>Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése</p>
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – elemeket halmazba rendez több szempont alapján; – részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; – számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol; – véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; – tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; – a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; 		

	<ul style="list-style-type: none"> – összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket; – konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, „minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	II. Számelmélet, algebra	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	<p>Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal.</p> <p>Ellentett, abszolút érték, reciprok.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság.</p> <p>Alapműveletek racionális számokkal írásban.</p> <p>A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészek képzeletben való felidézése.</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>	
1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök		9 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk el-	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításon feladatok</i>

<p>Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben.</p> <p>Meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.</p> <p>Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja.</p> <p>Négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.</p> <p>Ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.</p>	<p>készítése</p> <p>Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</p> <p>Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül</p> <p>Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben</p> <p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása</p> <p>Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása</p> <p>Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása</p>	
<p>2. Arányosság, százalékszámítás</p>		<p>11 óra</p>
<p>Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.</p> <p>Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben.</p> <p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</p>	<p>Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben</p> <p>Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása</p> <p>Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom</p> <p>Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés</p> <p><i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban</p> <p><i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajzok értelmezése</p>

	<p>Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása</p> <p>A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése</p> <p>Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása</p>	
3. Szöveges feladatok előkészítése		8 óra
<p>Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.</p> <p>Egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol.</p> <p>Egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel.</p> <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással, mérlegelvvel megold.</p>	<p>Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére</p> <p>Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása</p> <p>Helyettesítési érték számolása</p> <p>Egytagú kifejezések számmal való szorzása</p> <p>Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása</p> <p>Két tagból közös számtényező kiemelése</p> <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással, mérlegelvvel</p>	<p><i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén</p>
4. Szöveges feladatok		12 óra
<p>Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.</p> <p>Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel, egyenlettel megold.</p> <p>Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel, egyenlettel megold.</p> <p>Gyakorlati problémák meg-</p>	<p>Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)</p> <p>Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel</p> <p>Ellenőrzés a szövegbe való visz-</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés; a gondolatmenet tagolása.</p>

oldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	szahelyettesítéssel Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre; – ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; – meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; – pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja; – négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza; – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját; – ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; – idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít; – matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat egyenlettel megold; – gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat egyenlettel megold; – gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez; – egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; – egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; – egyismeretlenes elsőfokú egyenletet mérlegelvével megold. 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám; négyzetszámok négyzetgyöke, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, változó, együttható, he-	

lyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, ellenőrzés

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	III. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	
1. A függvény fogalmának előkészítése		6 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben. Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok
A témakör tanulása eredményeként a tanuló:		
<ul style="list-style-type: none"> – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját; – konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; – értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja; 		

– egyszerű grafikonokat jellemez.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	IV. Geometria	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.</p>	

1. Síkbeli alakzatok		8 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.</p> <p>Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet.</p> <p>Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat.</p> <p>A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;</p> <p>Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét.</p>	<p>Háromszögek külső szögeinek összege</p> <p>Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma</p> <p>A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábrára</p> <p>Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások</p> <p>Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása</p> <p>Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete</p>	
2. Transzformációk, szerkesztések		10 óra

<p>Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét.</p> <p>Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát.</p> <p>Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben.</p> <p>Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.</p>	<p>Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása</p> <p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése</p> <p>Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése</p> <p>Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió</p> <p>Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver használata</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajz készítése</p> <p><i>Földrajz:</i> szélességi körök és hosszúsági fokok</p>
3. Térgeometria		12 óra
<p>A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti.</p> <p>Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján.</p> <p>Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.</p> <p>Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.</p> <p>Ismeri a gömb tulajdonságait.</p>	<p>Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése</p> <p>Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló</p> <p>Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján</p> <p>Testek hálójának készítése</p> <p>A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai</p> <p>A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek</p> <p>Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>

A kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.		
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; – ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; – ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; – a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; – meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; – ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban; – ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között; – megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét; – geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; – felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben; – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti; – testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; – ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátlő, testátlő; – egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalkotó összefüggéseket érti; – ismeri a gömb tulajdonságait; – a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla és a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában. 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás, hasáb, gúla,	

gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	V. Statisztika, valószínűség	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	
1. Leíró statisztika		6 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti.</p> <p>Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is.</p> <p>Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak.</p> <p>Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.</p>	<p>Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése</p> <p>Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon</p> <p>Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak</p> <p>Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint</p> <p>Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása</p> <p>Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása</p> <p>Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása</p>	<p><i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérközések eredményeinek táblázatba rendezése</p>

2. Valószínűség számítás		6 óra
<p>Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma. Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség- számítás fejlődéséről.</p>	<p>Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is</p> <p>Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése</p> <p>Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál</p> <p>A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során</p>	
<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; – adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; – különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; – megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; – konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja; – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; – valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; – ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát; – ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál. 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság	

<p>A fejlesztés várt eredményei a 8. osztály végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. – Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. – Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. – Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával. – Fagráfok használata feladatmegoldások során. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése, helyes és értelmes kerekítése. – Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság. – A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során. – A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül. – Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás. – Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonas. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval. – Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen. – A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában. – Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is. – Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése,
---	---

	<p>pontos szerkesztések végzése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok megoldásában. – Tengelyes és középpontos tükörkép szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül). – A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban. – Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének számítása feladatokban. – A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. – Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értése, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése. – Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban. <p>Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezés</p>
--	---

Nyolc és négy évfolyamos képzés

9-12. osztály

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulása-tanítása egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind

szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvény táblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyag-tartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulása során erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formá-

ban jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek

ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta-geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

Kerettantervi megfelelés

2020-as NAT –hoz illeszkedő kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

A kerettanterv* által meghatározott 20 %-os szabad mozgásteret kiegészítő tananyagok és a megtanított ismeretek elmélyítésére oktatására használjuk fel. *Az egyes témakörökben dőlt betűvel jelöltük ezeket a plusz tananyagtartalmakat.*

* https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_gimn_9_12_evf

A Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról

Heti és éves óraszámok

Helyi tantervi óraszámok	9. évf.	10. évf.	11. évf.	12. évf.
heti	3,5	3	4	4
éves	119	102	136	112

Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása

Témakörök a 9-10. évfolyamon	Helyi tantervi óraszámok 9. évf.	Helyi tantervi óraszámok 10. évf.
Halmazok	10	0
Matematikai logika	0	10
Kombinatorika, gráfok	0	12
Számhalmazok, műveletek	8	0
Hatvány, gyök	10	8
Betűs kifejezések alkalmazása	15	0
Arányosság, százalékszámítás	8	0
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	21	0
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	0	16
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	12	8
Geometriai alapismeretek	5	0
Háromszögek	7	10
Négyszögek, sokszögek	7	5
A kör és részei	6	5
Transzformációk, szerkesztések	10	10
Leíró statisztika	0	10
Valószínűségszámítás	0	8
Összesen:	119	102

Témakörök a 11-12. évfolyamon	Helyi tantervi óraszámok 11. évf.	Helyi tantervi óraszámok 12. évf.
Halmazok, matematikai logika	0	8
Kombinatorika, gráfok	15	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	15	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	20	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12	0
Sorozatok	0	24
Trigonometria	18	0
Térgeometria	0	26
Koordinátageometria	26	0
Leíró statisztika	16	0
Valószínűségszámítás	14	10
Rendszerező összefoglalás	0	44
Összesen:	136	112

9. évfolyam

Témakör	Halmazok	Óraszám 10
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok megadása különböző módokon.</p> <p>Halmazműveletek 2-3 halmazra: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz.</p> <p>Definíciók megfogalmazása, megértése.</p> <p>Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p>Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.</p> <p>Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy-egy halmaz, vagy egy-egy elem kitalálására.</p>	<p>Informatika: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p>Biológia-egészségtan: rendszer-tan.</p>
<p>Halmazok számossága.</p> <p>Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok.</p> <p>Logikai szita módszere 2-3 halmaz elemszámának meghatározásához.</p> <p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p>	<p>A „végtelen szálloda” mint modell.</p> <p>Mindennapi életből vett feladatok.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	alaphalmaz, részhalmaz, üreshalmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, halmazműveletek, halmazok elemszáma, logikai szita.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - halmazokat különböző módon megad - halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi - alkalmazza a logikai szita elvét - véges halmazok elemszámát meghatározza 	

Témakör	Számhalmazok, műveletek	Óraszám 8
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek előjeles számokkal. Műveletek sorrendje, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok felépülése. Racionális számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Átírás. Irracionális számok. A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, zárójelek helyes használata. A valós számok és a számegyenes kapcsolata.	Számológép helyes használatának elsajátítása, pl. műveleti sorrend, zárójelek, előjelek. Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, halás és olvasás alapján. Tanulói kiselőadás helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásáról.	Természettudományok: mértékegységek, nagyságrendek.
Számok abszolútértéke, ellentettje, reciprok. Adott jegyre kerekítés, észszerű kerekítés.	Becsülés, nagyságrendek ellenőrzése. Tanteremben végzett mérések esetén megfelelő kerekítés.	
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.	Matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális szám, irracionális szám, valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, abszolútérték, ellentett, reciprok, nyílt intervallum, zárt intervallum	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - műveleti azonosságok helyes használata - racionális számokat tizedestörtbe és rendes törtbe is felír - ismeri az intervallumokat, abszolútérték, ellentett és reciprok fogalmát - a számolással kapott eredményt nagyságrendileg megbecsüli, - megfelelően kerekít 	

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 10
Előzetes tudás	Hatványozás pozitív egész kitevőre. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.		A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	Fizika; kémia; biológia- a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.
Hatványozás Pozitív egész, 0, és negatív egész kitevőre. Hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése. hatványazonosságok bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevőre.		Csoportmunka: papírlap hajtogatási feladat 2,3,5 hatványainak felismerése	Természettudományok: mértékegységek törtrészei és többszöröse.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	normálalak, hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza az egész kitevős hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait - ismeri és alkalmazza a normál alakot 		

Témakör	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	Óraszám 15
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések.</p> <p>Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya.</p> <p>Helyettesítési érték.</p> <p>Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.</p>		<p>Fizika; kémia: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	<p>„Gondolj egy szára és én kitalálom” játék, matematika bűvésztükkök algebrai magyarázata</p>	
<p>Nevezetes azonosságok:</p> <p>$(a \pm b)^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$; <i>további nevezetes azonosságok</i></p> <p>Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.</p> <p>Egyszerű másodfokú polinom teljes négyzetté alakítása.</p>	<p>Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése.</p> <p>Nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése.</p> <p>Számolási „trükkök” fejben, azonosságok segítségével.</p>	
<p><i>Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma</i></p>		
<p>Azonos átalakítások.</p> <p>Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.</p> <p>Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés.</p> <p>A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.</p>		<p>Fizika; kémia: képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>összeg, tag, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom, teljes négyzet, algebrai tört, azonosság</p>	
<p>Továbbhaladás feltétele</p>	<p>- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel, - ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat, - átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	

Témakör	Arányosság, százalékszámítás	Óraszám 8
Előzetes tudás	mértékegységek átváltása, egyenes arányosság, fordított arányosság	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az egyenes és a fordított arányosság definiálása és grafikus ábrázolása. Arányossági feladatok megoldása. Legyen stabil a százalék fogalma. Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Egyenes és fordított arányosság fogalma. Alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során. Grafikon felismerése, készítése Mindennapi életből vett mennyiségpárok.	Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjármű-katalógusok stb. tanulmányozása, arányosságok keresése.	Fizika: egyenes és fordított arányos mennyiségek. pl. Út-idő grafikon, nyomás-térfogat grafikon
Százalékszámítási feladatok Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó egyszerű feladatok	Háztartási számlák elemzése az azokban megjelenő egységarak és fizetendő összegek figyelembevételével. Törtrészek és százalék közötti kapcsolat, egyszerű százalékok fejben gyakoroltatása.	Fizika, kémia, földrajz, informatika: százalékszámítási feladatok, százalékos adatok értelmezése. Keverékes feladatok. Állampolgári ismeretek: THM, EBKM fogalma.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék alap, százalékláb, százaléérték	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a százalék alap, -érték, -láb, -pont fogalmát - ismeri és alkalmazza az egyenes és fordított arányosságot 	

Témakör	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszer	Óraszám 21
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása, algebrai azonosságok alkalmazása.		Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportban.	
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.			
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.		Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során	
Elsőfokú egyenletrendszerek: Grafikus megoldás, behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszerre. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata		Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata.	Informatika: számítógépes program használata.
Egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel és grafikusan.		Nyílt végű problémák megoldása	
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása		Út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok	Fizika: kinematika, dinamika. Kémia: oldatok összetétele
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alaphalmaz, megoldáshalmaz, ellentmondás, azonosság, értelmezési tartomány, mérlegelv, ekvivalens átalakítás, hamis gyök.		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás - tud megoldani elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszert 		

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 12
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény,.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.	Összetett, valódi helyzetekkel, kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában	Földrajz, pénzügyi ismeretek: demográfiai, pénzügyi grafikonok
Függvény fogalma. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására. A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása	Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	Informatika: függvényábrázolás, grafikonkészítés.
Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása	Hétköznapi tevékenységekhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (pl. út-idő az iskolába való eljutáshoz)	Fizika; kémia: egyenesen arányos mennyiségek.
Abszolút érték-függvény <i>Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény</i> Fordított arányosság, elsőfokú törtefüggvény. (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai Hozzárendelési utasítás leolvasása grafikonról.		Fizika; kémia: fordítottan arányos mennyiségek.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Függvény-transzformációk. - A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $. Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvény hagyományosan és digitálisan ábrázol - megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, azokat táblázatba rendezi - grafikonról leolvas alapvető tulajdonságokat 	

Témakör	Geometriai alapismeretek	Óraszám 5
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, hajlásszöge. Alapszerkesztések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. Síkbeli és térbeli analógiák felfedezése. A valóság tárgyainak jellemzése a geometriai fogalmak segítségével, absztrakciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík kölcsönös helyzete Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolsága, hajlásszöge.	Osztályteremben „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezen távolságok megmérése. Méterarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése	Földrajz: térképészet, arányos távolságok meghatározása Képzőművészet, kertészet, szabás- varrás.
Szögfajták, szögek szerkesztése, szögmásolás. Nevezetes szögparok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltóshögek		

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Nevezetes ponthalmazok.</p> <p>Szakaszfelező merőleges és szögfelező, mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete.</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata.</p>		<p>Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<p>pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, szögfelező, szakaszfelező merőleges, pótiszegok, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek</p>		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a térelemek kölcsönös helyzetét és alkalmazza feladatokban - ismeri és alkalmazza a nevezetes szögparok tulajdonságait - alapszerkesztéseket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel 		

Témakör	Háromszögek	Óraszám 7
Előzetes tudás	<p>Háromszögek tulajdonságai, speciális háromszögek elnevezései és tulajdonságai. Mértékegységek helyes átváltása. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel ismerete. Háromszög területe.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A háromszög oldalai, szögei és oldalai valamint szögei közötti összefüggések. Háromszög-egyenlőtlenség.</p> <p style="padding-left: 40px;">A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban</p> <p>Speciális háromszögek tulajdonságai, szabályos, egyenlő szárú, derékszögű.</p>		<p>Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzatokká.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása:</p> <p>A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre.</p> <p>A háromszög magasságvonalai, magasságpontja.</p> <p>A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei.</p> <p>A háromszög súlyvonalai, súlypontja.</p> <p>A háromszög középvonalai</p> <p>Oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása.</p>		<p>A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában.</p>	
<p>Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása.</p> <p>Számítási feladatok síkban és térben.</p>		<p>Derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása Pitagorasz –tételeknek megfelelően.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<p>szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt és beírt kör</p>		
Továbbhaladás feltétele	<p>- ismeri és alkalmazza a háromszögre vonatkozó ismereteket, - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz –tételt és megfordítását</p>		

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám 7
Előzetes tudás	<p>Speciális négyszögek fogalmának, sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismerje és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket tudja kiszámítani; Ismeje és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; tudja kiszámítani a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét. Átdarabolással tudja kiszámítani a sokszögek területét.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Négyszögek</p> <p>Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai.</p> <p>Belső és külső szögekre vonatkozó tételek</p>			
<p>Sokszögek.</p> <p>Szabályos sokszög fogalma.</p> <p>Átlók száma konvex sokszögeknél átlók száma, külső és belső szögösszegre vonatkozó tételek, azok bizonyítása és alkalmazása.</p>		<p>Belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög		
Továbbhaladás feltételei	ismeri és alkalmazza a négyszögekre és sokszögekre vonatkozó ismereteket ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait,		

Témakör	A kör és részei	Óraszám
		6
Előzetes tudás	Kör definíciója, kerülete, területe	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismerje a körérintő fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;</p> <p>Ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.</p> <p>Bizonyítási igény kialakítása.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Thalész tétele és a tétel megfordításának ismerete és alkalmazása.</p> <p>A Thalész-tétel bizonyítása</p>	<p>Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával.</p> <p>Állítás, és megfordításának gyakorlása</p>	<p>Fizika: látószög fogalma</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Kör érintője és az érintési pontba húzott sugár merőlegessége. A külső pontból húzott érintőszakaszok tétele. <i>Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése.</i></p>			Fizika: a körmozgást végző test sebessége
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, látószög		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza Thalész –tételét és megfordítását - ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral, az érintőszakaszok egyenlőségét 		

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 10
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, párhuzamos eltolás, forgatás. Szimmetrikus alakzatok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A transzformációk során megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. Vektorok fogalma, párhuzamos eltolás. Egybevágósági transzformációk tulajdonságai: Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása. Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.</p>	<p>Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésre, pl. fényképezés, filmvetítés. Tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok páros munkában.</p>	<p>Fizika: vektormennyiségek, vektorműveletek Fizika: elmozdulásvektor, forgások. Földrajz: bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Az egybevágóság fogalma. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Alakzatok egybevágósága.		Sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével.	
Szimmetrikus alakzatok. Egybevágó alakzatok, szimmetriák felismerése A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakszok egyenlősége.		Escher és Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából.	Vizuális kultúra: kifejezés, képzőművészet, művészettörténeti stíluskorszakok Biológia-egészségtan: az emberi test síkjai, szimmetriája. Építészeti alkotások
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása feladatokban, tételek bizonyításában.		Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.	
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket - ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát - megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel 		

10. évfolyam

Témakör	Matematikai logika	Óraszám 10
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai tartalmú szöveg értelmezése.</p> <p>Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása.</p> <p>Állítás logikai értékének megállapítása (igaz-hamis) feladatokban.</p> <p>Állítás tagadása egyszerű feladatokban.</p> <p>Érvelés és vita, ellenpélda szerepe</p>	<p>Hétköznapi életből vett feladatok megoldása.</p> <p>Más tantárgyakból vett feladatok illetve a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek</p> <p>Szövegértés bármely tantárgyban.</p>
<p>A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása.</p> <p>A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értéke és tagadása.</p> <p>A „Ha ...akkor” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értéke és tagadása.</p>	<p>Stratégiai és logikai játékok.</p> <p>„Szigetlakó”, „ki a tettes” típusú feladatok csoportmunkában.</p>	<p>Állampolgári ismeretek: tudatos pénzügyi tervezés.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tétel, bizonyítás, igaz-hamis, „nem”, „és”, „vagy... , vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor”	
Továbbhaladás feltétele	A tanuló lássa a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; Tudja megállapítani egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; Tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.	

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 12
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. A szorzási elv alkalmazása. $n!$, n^k típusú feladatok.	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása rendszerezett leszámolással. Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű feladatokhoz saját szöveg írása, „feladatküldés” csoportmunkában. Téves megoldású kombinatorika-feladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása	Sport: csapatjátékok
Gráf alkalmazása konkrét hétköznapi matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában	Kémia: molekulák szerkezete. Informatika: számítógépes hálózatok felépítése. Földrajz: térképek, úthálózat. Sport. csapatjátékok szemléltetése
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, gráf csúcsa, él	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására rendszerezéssel - Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására matematikai problémákban - Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazására feladatok megoldásában - Összeszámlálási modellek alkalmazására feladatok megoldásában - Gráfok alkalmazására konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására 	

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 8
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számközbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Ismerje és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.	A pontos érték meghatározása igényének kialakítása A számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban Többféle bizonyítási lehetőség bemutatása (a <i>számtani- és mér-tani közép közti egyenlőtlenség bizonyítására</i>)	Fizika: fonalinga lengésideje, rezgésidő kiszámítása
Az n-edik gyök fogalma és alkalmazása <i>n-edik gyök azonosságai</i>	A pontos érték kiszámításának igénye, illetve a számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban.	Pénzügyi számítások: a kamatláb kiszámítása
Kulcsfogalmak/Fogalmak	négyzetgyök, n-edik gyök	
Továbbhaladás feltétele	- A négyzetgyök, és az n-edik gyök fogalmának, azonosságainak ismerete, a velük végzett műveletek magabiztos elvégzése mind a pontos érték, mind a közelítő érték meghatározásának tekintetében.	

Témakör	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Óraszám 16
Előzetes tudás	Mérlegelv, egyenletmegoldás lépései, nevezetes azonosságok, egyenlőtlenség fogalma, grafikus megoldás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Ellenőrzés és válaszadás az ésszerűségi szempontokat figyelembe véve.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenletek megoldása: grafikus megoldás; teljes négyzetté kiegészítés; szorzattá alakítás; mérlegelv;	Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.
A másodfokú egyenlet megoldóképlete. Diszkrimináns. A gyöktényezős alak.		
Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.	Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről.	
Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán.	Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során	
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.		Fizika, kémia: számítási feladatok
$\sqrt{x+c} = ax+b$ Értelmezési tartomány, ellenőrzés szerepe, szükségessége.		
<i>Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - problémának megfelelő matematikai modellt választ - a modellben kapott megoldást az eredeti problémába visszahelyettesítéssel értelmezi, ellenőrzi - megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi 	

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 8
Előzetes tudás	Függvény fogalma. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény. Függvények tulajdonságai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú függvények ábrázolása és jellemzése. (Ismétlés) Ábrázolás teljes négyzetté alakítással. Függvénytranszformációk. $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $.	geometriai szerkesztő program használata	Informatika: függvényábrázolás, grafikonszerkesztés.
Négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése és függvény transzformációk végrehajtása. (Ismétlés)		
Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása		
Egyszerű másodfokú függvényrel jellemezhető, gyakorlati élethez kapcsolódó szélsőértékfeladatok	megoldása csoportmunkában	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, érték-készlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitálisan ábrázol - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, $f(x)=c$ megoldja - grafikonról leolvass alapvető tulajdonságokat 	

Témakör	Háromszögek	Óraszám 10
Előzetes tudás	Derékszögű háromszög, Pitagorasz –tétel. Háromszögek oldalaira és szögeire vonatkozó ismeretek. Speciális háromszögek. Háromszög területe.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hegyes szögek szögfüggvényei</p> <p>Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben</p> <p>Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei</p> <p>Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense</p> <p><i>Szögfüggvények általánosítása (szinusz), Szinuszfüggvény</i></p>		<p>A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása</p> <p>Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában</p>	<p>Fizika: erővektorfelbontása derékszögű összetevőkre</p>
<p>Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.</p>		<p>Tetszőlegesen kijelölt háromszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben - alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban; - kiszámítja a háromszögek területét - válaszait megfelelő mértékegységben adja meg 		

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám
Előzetes tudás	Speciális négyszögek fogalmának, sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete. Négyszögek és tulajdonságai. Pitagorasz –tétel.	5
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyszögek területének meghatározása különböző módszerekkel	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással.</p> <p>Területszámítási feladatok megoldása.</p>	<p>Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Szabályos sokszög területének kiszámítása		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, őr tartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. 	

Témakör	A kör és részei	Óraszám 5
Előzetes tudás	Egyenes arányosság. Kör fogalma, kerülete, területe. Középponti szög.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Körrel kapcsolatos ismeretek bővítése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése. Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása.	Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a körív hosszával; különböző méretű körök esetén kapott adatok táblázatba foglalása. Körívvel készíthető motívumok tervezése.	Fizika: szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás. Képzőművészet, építészet, modellezés. Természeti környezet, kertépítés.
<i>Kerületi szög fogalma, tételek.</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ki tudja számolni a kör részeinek területét, kerületét - geometriai feladatokban a mértékegységeknek megfelelően adja meg a választ 	

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 10
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása a problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.	Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.	Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában	Vizuális kultúra: összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
<i>Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok területének és területének, valamint a hasonló testek felszínének, és térfogatának arányára vonatkozó tételeket. 	

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám 10
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása hagyományos és internetes forrásból.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel.</p> <p>Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont.</p> <p>Adatok értelmezése, következtetések levonása. Grafikus manipulációk felismerése és javítása</p>	<p>Adatgyűjtés megtervezése, pl. forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés lebonyolítása. A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói kiselőadás formájában.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</p>
<p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>	<p>Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhető-e az ismert középértékekkel.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, szórás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására. - Ismeri a módusz és a medián, valamint a szórás fogalmát. - Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait 	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 8
Előzetes tudás	Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakoriság, relatív gyakoriság táblázatok készítése Valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (dobások szabályos dobókockával, pénzérmével...).	Informatika: véletlenszám generálás, véletlen események szimulálása
Klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása	Különböző társasjátékokban nyeresési esély meghatározása. Szerencsjátékok esetében nyeresési esélyek összehasonlítása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség	
Továbbhaladás feltételei	- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, fogalmát értelmezi és alkalmazza.	

11. évfolyam

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 15
Előzetes tudás	Sorba rendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</p> <p>Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 	

Témakör	Számelméleti ismeretek	Óraszám 15
Előzetes tudás	oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám, számhalmazok, helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Szabályok betartása, korábbi ismeretek alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a kapott eredmény összevetése a valósággal. Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból (ismétlés)</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; – ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; – érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; – ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; 	

Témakör	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Óraszám 20
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök. Valós számok halmaza	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés) Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában	<i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
A logaritmus értelmezése Áttérés más alapú logaritmusra Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához <i>A logaritmus definíciójára épülő egyszerű logaritmosos egyenlet megoldása.</i>	Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. 	

Témakör	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Óraszám 12
Előzetes tudás	Törtekitevős hatvány, hatványozás azonosságai. Exponenciális egyenletek. Logaritmus fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	<p>Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.</p> <p>Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket – egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát 	

Témakör	Trigonometria	Óraszám 18
Előzetes tudás	Háromszög, négyszög, szabályos sokszög. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense. Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.
Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A szinusztétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt – kiszámítja háromszögek területét; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét 	

Témakör	Koordinátageometria	Óraszám 26
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A vektor</p> <p>vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása.</p> <p>A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása</p> <p>Vektorok alkalmazása feladatok megoldásába</p>	<p>Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával</p> <p>Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p>	<p>Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p> <p>Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>
<p>Vektorok és pontok</p> <p>Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordinátarendszerben</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordinátarendszerben</p> <p>Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján</p> <p>Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái</p> <p>Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján</p> <p><i>Háromszög súlypontja. Szakaszharmadolópontja.</i></p>	<p>„Torpedójáték” koordinátarendszerben</p> <p>Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével</p> <p>Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordinátarendszerben, az eredeti adatok alapján</p>	<p>Informatika: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban</p> <p>Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján</p> <p>Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái</p> <p><i>Normálvektor definíciója, egyenes normálvektoros egyenlete.</i></p>	<p>Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével</p>	
<p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</p> <p><i>Kör és egyenes metszéspontja.</i></p>	<p>„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában – koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat – koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; – ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; – egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; – kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; – megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; 	

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám 16
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórási.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete</p> <p>Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</p> <p>Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</p> <p>A Simpson-paradoxon bemutatása példákon</p> <p>Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése</p> <p>Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal</p> <p>Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</p> <p>Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p> <p>Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórá	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén 	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 14
Előzetes tudás	A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p>	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérméssel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p>	<p>Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben (Brown-mozgás, Wiener-folyamat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; 	

12. évfolyam

Témakör	Halmazok, matematikai logika	Óraszám 8
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai logika különböző területeinek felismerése, felfedezése a hétköznapi problémákban	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</p> <p>Logikai kifejezések megfelelő használata</p> <p>Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p>	<p>A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével.</p> <p>Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül</p> <p>Logikai készséget fejlesztő játékok</p> <p>Stratégiai játékok, táblás játékok.</p> <p>Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p> <p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	logikai műveletek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; – tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani 	

Témakör	Sorozatok	Óraszám 24
Előzetes tudás	számsorozat fogalma, hatvány és logaritmus fogalma, százalékszámítás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalmának ismerete Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</p> <p>Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számítási sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</p>	<p>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</p> <p>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével.</p> <p>A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p>	<p>Biológia: Fibonacci sorozat felírása, pl. napraforgó, virágszirmok száma, fenyőtoboz, ananász</p> <p>Életvitel: Kamatos kamatszámítás</p>
<p>Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</p> <p>Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</p> <p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</p> <p>Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</p>	<p>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</p>	<p>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; - a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; - a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; - mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. 	

Témakör	Térgeometria	Óraszám 26
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása a különböző testek esetén.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	Korábbi ismeretek alkalmazása.	Földrajz: különböző adatok ismeretében megfelelő, távolságok, szögek kiszámítása, felszínszámítás
A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben	A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmóddal mérés és számolás, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai	Fizika: kapcsolat a tömeg, térfogat, sűrűség mennyiségei között, megfelelő mértékegységek alkalmazása

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban</p> <p>A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben</p> <p>A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással</p>	<p>Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel</p> <p>A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).</p> <p>Kémia: kristályok felépítése.</p>
<p>Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása</p>		
<p>A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazás</p>	<p>Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</p>	<p>Vizuális kultúra: A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak méretarányos ábrázolása, felszínének és térfogatának meghatározása becsléssel, méréssel</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallapp, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója</p>	
<p>Továbbhaladás feltétele</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét - sík- és térgéometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait - lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját; - kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben; - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket; - ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket 	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 10
Előzetes tudás	A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. A valószínűség geometriai modellje. Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Az ismeretek alkalmazása a gyakorlati életből vett feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén</p> <p>A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</p> <p>Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p> <p>Diszkrét valószínűség eloszlások ábrázolása hagyományos vagy digitális eszközökkel.</p>	<p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeresemény és az igazságosság fogalmának kialakítása</p> <p>Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</p> <p>Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</p> <p>Életvitel: pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén 	

Témakör	Rendszerező összefoglalás	Óraszám 44
Előzetes tudás	A 3,5 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágai- ban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbő- vítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek sze- repének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorba rendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felisme- rése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>		
<p><i>Számelmélet, algebra.</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulaj- donságok biztonságos használata. Az eredmények várható értéké- nek becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsola- tok észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Sorozatok, függvények.</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>		
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>		
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Diagramok ismerete, grafikus manipulációk felismerése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a természetben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>		

Öt évfolyamos képzés 9/Ny-12. osztály

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulása-tanítása egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források)

használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyag-tartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matemati-

kai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőképeség, másokkal való együttműködés készsége).

Nyelvi előkészítő évfolyam

A nyelvi előkészítő évfolyamon a matematika tanítás célja és feladata az általános iskolai ismeretek összegzése és rendszerezése, ismétléssel szinten tartása, a lemaradt tanulók felzárkóztatása, a matematikai kompetenciák fejlesztése. Mindezzel a tanulók előkészítése a gimnáziumi tananyag elsajátításához.

A matematikával való foglalkozás fejlessze a tapasztalatból kiinduló önálló ismeretszerzést, alakítsa ki az önálló gondolkodás igényét, ismertesse a problémamegoldás örömét és szolgálja a pozitív személyiségjegyek kialakulását. A tanulók nagy részénél a matematikai ismeretek egy része absztraktabbá válik ebben az életszakaszban, de azért jelentős részük továbbra is a konkrét tapasztalatokhoz kapcsolódó ismereteket tudja csak elsajátítani. Ezért hangsúlyt kell helyezni a sokszínű tevékenységre, a tapasztalatok tudatosítására, a különböző módon való rögzítésére, értelmezésére, rendszerezésére, összefüggések keresésére.

Heti és éves óraszámok

Helyi tantervi óraszámok	9/ny	9. évf.	10. évf.	11. évf.	12. évf.
heti	2,5	4	4	4	4
éves	85	136	136	136	112

Fejlesztési célok:

- A tanulók szövegértési, szövegértelmezési képességének fejlesztése, hogy tudjanak ismereteiknek megfelelő matematikai szövegeket értelmezni tankönyvekből, lexikonokból, füzetekből
- A szabatos, pontos írásbeli és szóbeli fogalmazás fejlesztése
- A függvényszerű gondolkodásmód fejlesztése és kiterjesztése, a függvények és grafikonok alkalmazása feladatmegoldásokban, más tantárgyakban és a gyakorlati életben
- A körző és vonalzó használata
- A vitakultúra fejlesztése
- A digitális technikák megfelelő használatának fejlesztése

Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása

Témakörök a 9/ny (c)	Helyi tantervi óraszámok 9. ny.
Halmazok	9
Matematikai logika	0
Kombinatorika, gráfok	0
Számhalmazok, műveletek	10
Hatvány, gyök	6
Betűs kifejezések alkalmazása	12
Arányosság, százalékszámítás	8
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	10
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	10
Geometriai alapismeretek	10
Transzformációk, szerkesztések	10
Összesen:	85

A tananyag tartalma:

Halmazok (9 óra):

Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak, halmazok közötti műveletek, számhalmazok, pont-halmazok

Számhalmazok, műveletek (10 óra):

Műveletek a racionális számok halmazán (helyes műveleti sorrend, alpműveletek, az eredmények előzetes becslése, mértékegységek), a műveleti azonosságok rendszerező áttekintése, zsebszámológépek célszerű használata

Hatvány, gyök (6 óra):

Az egész kitevőjű hatvány fogalma, a hatványozás azonosságai, számok normálalakja

Betűs kifejezések használata (12 óra):

Műveletek algebrai kifejezésekkel, algebrai törtekkel, nevezetes azonosságok

Arányosság, százalékszámítás (8 óra):

Egyenes és fordított arányosság, százalékszámítás

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek (10 óra):

Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek algebrai megoldása, egyszerű szóveges feladatok

A függvény fogalma, függvénytulajdonságok (10 óra):

A függvény fogalma, elemi függvények ábrázolása

Geometriai alapismeretek (10 óra):

Geometriai alapfogalma, térelemek távolsága, szögek, szögfajták, háromszögek, négyszögek, kör

Transzformációk, szerkesztések (10 óra):

Egybevágósági transzformációk, egyszerű szerkesztési feladatok

Elvárások:

- A racionális számfogalom tudatos – és a racionális számokkal végzett műveletek készségszintű – alkalmazása a matematika tananyag különböző témaköreiben, más tantárgyakban és a gyakorlati életben.
- A hatványok és számok normálalakjának magabiztos használata
- Az algebrai kifejezésekkel való műveletek biztos kezelése, az azonosságok alkalmazása
- Az egyenes és fordított arányosság felismerése és biztos kezelése szöveges feladatokban
- A százalékszámítás kezelése különböző hétköznapi szituációkban
- Az elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása, a megoldás ellenőrzése
- Feladatok szövegének értelmezése, adatok felvétele, a keresett mennyiség becslése, a megoldás menetének leírása, a kapott eredmény ellenőrzése
- Az egybevágósági transzformációk tulajdonságainak az ismerete
- A gyakran használt eljárások sokoldalú felhasználása.
- Készségszinten ismerni kell a pontok ábrázolását a derékszögű koordinátarendszerben, az alapfüggvényeket ábrázolni táblázat segítségével
- A matematikai szaknyelv pontos használata

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

Kerettantervi megfelelés

2020-as NAT –hoz illeszkedő kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

A kerettanterv* által meghatározott 20 %-os szabad mozgásteret kiegészítő tananyagok és a megtanított ismeretek elmélyítésére oktatására használjuk fel. *Az egyes témakörökben dőlt betűvel jelöltük ezeket a plusz tananyagtartalmakat.*

* https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_gimn_9_12_evf
A Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módos

Témakörök a 9-10. évfolyamon	Helyi tantervi óraszámok 9. évf.	Helyi tantervi óraszámok 10. évf.
Halmazok	11	0
Matematikai logika	0	10
Kombinatorika, gráfok	0	16
Számhalmazok, műveletek	8	0
Hatvány, gyök	11	16
Betűs kifejezések alkalmazása	17	0
Arányosság, százalékszámítás	8	0
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	23	0
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	0	22
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	13	12
Geometriai alapismeretek	7	0
Háromszögek	9	14
Négyszögek, sokszögek	9	7
A kör és részei	9	7
Transzformációk, szerkesztések	11	12
Leíró statisztika	0	10
Valószínűségszámítás	0	10
Összesen:	136	136

Témakörök a 11-12. évfolyamon	Helyi tantervi óraszámok 11. évf.	Helyi tantervi óraszámok 12. évf.
Halmazok, matematikai logika	0	8
Kombinatorika, gráfok	15	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	15	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	20	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12	0
Sorozatok	0	24
Trigonometria	18	0
Térgeometria	0	26
Koordinátagéometria	26	0
Leíró statisztika	16	0
Valószínűségszámítás	14	10
Rendszerező összefoglalás	0	44
Összesen:	136	112

9. évfolyam

Témakör	Halmazok	Óraszám 11
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok megadása különböző módokon.</p> <p>Halmazműveletek 2-3 halmazra: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz.</p> <p>Definíciók megfogalmazása, megértése.</p> <p>Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p>Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.</p> <p>Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy-egy halmaz, vagy egy-egy elem kitalálására.</p>	<p>Informatika: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p>Biológia-egészségtan: rendszer-tan.</p>
<p>Halmazok számossága.</p> <p>Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok.</p> <p>Logikai szita módszere 2-3 halmaz elemszámának meghatározásához.</p> <p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p>	<p>A „végtelen szálloda” mint modell.</p> <p>Mindennapi életből vett feladatok.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	alaphalmaz, részhalmaz, üreshalmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, halmazműveletek, halmazok elemszáma, logikai szita.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - halmazokat különböző módon megad - halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi - alkalmazza a logikai szita elvét - véges halmazok elemszámát meghatározza 	

Témakör	Számhalmazok, műveletek	Óraszám 8
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek előjeles számokkal. Műveletek sorrendje, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok felépülése. Racionális számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Átírás. Irracionális számok. A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, zárójelek helyes használata. A valós számok és a számegyenes kapcsolata.	Számológép helyes használatának elsajátítása, pl. műveleti sorrend, zárójelek, előjelek. Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, hallás és olvasás alapján. Tanulói kiselőadás helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásáról.	Természettudományok: mértékegységek, nagyságrendek.
Számok abszolútértéke, ellentettje, reciprok. Adott jegyre kerekítés, észszerű kerekítés.	Becslés, nagyságrendek ellenőrzése. Tanteremben végzett mérések esetén megfelelő kerekítés.	
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.	Matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális szám, irracionális szám, valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, abszolútérték, ellentett, reciprok, nyílt intervallum, zárt intervallum	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - műveleti azonosságok helyes használata - racionális számokat tizedestörtbe és rendes törtbe is felír - ismeri az intervallumokat, abszolútérték, ellentett és reciprok fogalmát - a számolással kapott eredményt nagyságrendileg megbecsüli, - megfelelően kerekít 	

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 11
Előzetes tudás	Hatványozás pozitív egész kitevőre. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.	A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	Fizika; kémia; biológia- a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.
Hatványozás Pozitív egész, 0, és negatív egész kitevőre. Hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése. hatványazonosságok bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevőre.	Csoportmunka: papírlap hajtogatási feladat 2,3,5 hatványainak felismerése	Természettudományok: mértékegységek törtrészei és többszörösei.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	normálalak, hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza az egész kitevős hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait - ismeri és alkalmazza a normál alakot 	

Témakör	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	Óraszám 17
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések.</p> <p>Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya.</p> <p>Helyettesítési érték.</p> <p>Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.</p>		<p>Fizika; kémia: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	<p>„Gondolj egy szára és én kitalálom” játék, matematika bűvésztükkök algebrai magyarázata</p>	
<p>Nevezetes azonosságok:</p> <p>$(a \pm b)^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$; <i>további nevezetes azonosságok</i></p> <p>Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.</p> <p>Egyszerű másodfokú polinom teljes négyzetté alakítása.</p>	<p>Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése.</p> <p>Nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése.</p> <p>Számolási „trükkök” fejben, azonosságok segítségével.</p>	
<p><i>Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma</i></p>		
<p>Azonos átalakítások.</p> <p>Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.</p> <p>Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés.</p> <p>A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.</p>		<p>Fizika; kémia: képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>összeg, tag, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom, teljes négyzet, algebrai tört, azonosság</p>	
<p>Továbbhaladás feltétele</p>	<p>- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel, - ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat, - átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	

Témakör	Arányosság, százalékszámítás	Óraszám 8
Előzetes tudás	mértékegységek átváltása, egyenes arányosság, fordított arányosság	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az egyenes és a fordított arányosság definiálása és grafikus ábrázolása. Arányossági feladatok megoldása. Legyen stabil a százalék fogalma. Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Egyenes és fordított arányosság fogalma. Alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során. Grafikon felismerése, készítése Mindennapi életből vett mennyiségpárok.	Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjármű-katalógusok stb. tanulmányozása, arányosságok keresése.	Fizika: egyenes és fordított arányos mennyiségek. pl. Út-idő grafikon, nyomás-térfogat grafikon
Százalékszámítási feladatok Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó egyszerű feladatok	Háztartási számlák elemzése az azokban megjelenő egységarak és fizetendő összegek figyelembevételével. Törtrészek és százalék közötti kapcsolat, egyszerű százalékok fejben gyakoroltatása.	Fizika, kémia, földrajz, informatika: százalékszámítási feladatok, százalékos adatok értelmezése. Keveréses feladatok. Állampolgári ismeretek: THM, EBKM fogalma.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék alap, százalékláb, százaléérték	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a százalék alap, -érték, -láb, -pont fogalmát - ismeri és alkalmazza az egyenes és fordított arányosságot 	

Témakör	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszer	Óraszám 23
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása, algebrai azonosságok alkalmazása.		Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportban.	
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.			
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.		Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során	
Elsőfokú egyenletrendszerek: Grafikus megoldás, behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata		Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata.	Informatika: számítógépes program használata.
Egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel és grafikusán.		Nyílt végű problémák megoldása	
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása		Út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok	Fizika: kinematika, dinamika. Kémia: oldatok összetétele
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alaphalmaz, megoldáshalmaz, ellentmondás, azonosság, értelmezési tartomány, mérlegelv, ekvivalens átalakítás, hamis gyök.		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás - tud megoldani elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszert 		

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 13
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény,.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.	Összetett, valódi helyzetekkel, kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában	Földrajz, pénzügyi ismeretek: demográfiai, pénzügyi grafikonok
Függvény fogalma. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására. A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása	Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	Informatika: függvényábrázolás, grafikonkészítés.
Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása	Hétköznapi tevékenységekhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (pl. út-idő az iskolába való eljutáshoz)	Fizika; kémia: egyenesen arányos mennyiségek.
Abszolút érték-függvény <i>Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény</i> Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai Hozzárendelési utasítás leolvasása grafikonról.		Fizika; kémia: fordítottan arányos mennyiségek.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Függvény-transzformációk. - A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $. Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, érték-készlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvény hagyományosan és digitálisan ábrázol - megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, azokat táblázatba rendezi - grafikonról leolvas alapvető tulajdonságokat 	

Témakör	Geometriai alapismeretek	Óraszám 7
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, hajlásszöge. Alapszerkesztések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. Síkbeli és térbeli analógiák felfedezése. A valóság tárgyainak jellemzése a geometriai fogalmak segítségével, absztrakciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík kölcsönös helyzete Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolsága, hajlásszöge.	Osztályteremben „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezen távolságok megmérése. Méterarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése	Földrajz: térképészet, arányos távolságok meghatározása Képzőművészet, kertészet, szabás- varrás.
Szögfajták, szögek szerkesztése, szögmásolás. Nevezetes szögparok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltóshögek		

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Nevezetes ponthalmazok.</p> <p>Szakaszfelező merőleges és szögfelező, mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete.</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata.</p>		<p>Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<p>pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, szögfelező, szakaszfelező merőleges, pótiszegok, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek</p>		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a térelemek kölcsönös helyzetét és alkalmazza feladatokban - ismeri és alkalmazza a nevezetes szögparok tulajdonságait - alapszerkesztéseket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel 		

Témakör	Háromszögek	Óraszám 9
Előzetes tudás	<p>Háromszögek tulajdonságai, speciális háromszögek elnevezései és tulajdonságai. Mértékegységek helyes átváltása. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel ismerete. Háromszög területe.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A háromszög oldalai, szögei és oldalai valamint szögei közötti összefüggések. Háromszög-egyenlőtlenség.</p> <p>A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban</p> <p>Speciális háromszögek tulajdonságai, szabályos, egyenlő szárú, derékszögű.</p>	<p>Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzatokká.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása:</p> <p>A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre.</p> <p>A háromszög magasságvonalai, magasságpontja.</p> <p>A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei.</p> <p>A háromszög súlyvonalai, súlypontja.</p> <p>A háromszög középvonalai</p> <p>Oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása.</p>		<p>A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában.</p>	
<p>Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása.</p> <p>Számítási feladatok síkban és térben.</p>		<p>Derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása Pitagorasz –tételeknek megfelelően.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<p>szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt és beírt kör</p>		
Továbbhaladás feltétele	<p>- ismeri és alkalmazza a háromszögre vonatkozó ismereteket, - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz –tételt és megfordítását</p>		

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám 9
Előzetes tudás	<p>Speciális négyszögek fogalmának, sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismerje és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket tudja kiszámítani; Ismeje és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; tudja kiszámítani a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét. Átdarabolással tudja kiszámítani a sokszögek területét.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Négyszögek</p> <p>Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai.</p> <p>Belső és külső szögekre vonatkozó tételek</p>			
<p>Sokszögek.</p> <p>Szabályos sokszög fogalma.</p> <p>Átlók száma konvex sokszögeknél átlók száma, külső és belső szögösszegre vonatkozó tételek, azok bizonyítása és alkalmazása.</p>		<p>Belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög		
Továbbhaladás feltételei	ismeri és alkalmazza a négyszögekre és sokszögekre vonatkozó ismereteket ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait,		

Témakör	A kör és részei	Óraszám 9
Előzetes tudás	Kör definíciója, kerülete, területe	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismerje a körérintő fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;</p> <p>Ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.</p> <p>Bizonyítási igény kialakítása.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Thalész tétele és a tétel megfordításának ismerete és alkalmazása.</p> <p>A Thalész-tétel bizonyítása</p>	<p>Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával.</p> <p>Állítás, és megfordításának gyakorlása</p>	<p>Fizika: látószög fogalma</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Kör érintője és az érintési pontba húzott sugár merőlegessége. A külső pontból húzott érintőszakaszok tétele. <i>Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése.</i>			Fizika: a körmozgást végző test sebessége
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, látószög		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza Thalész –tételét és megfordítását - ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral, az érintőszakaszok egyenlőségét 		

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 11
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, párhuzamos eltolás, forgatás. Szimmetrikus alakzatok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A transzformációk során megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. Vektorok fogalma, párhuzamos eltolás. Egybevágósági transzformációk tulajdonságai: Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása. Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.	Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésre, pl. fényképezés, filmvetítés. Tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok páros munkában.	Fizika: vektormennyiségek, vektorműveletek Fizika: elmozdulásvektor, forgások. Földrajz: bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Az egybevágóság fogalma. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Alakzatok egybevágósága.		Sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével.	
Szimmetrikus alakzatok. Egybevágó alakzatok, szimmetriák felismerése A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakszok egyenlősége.		Escher és Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából.	Vizuális kultúra: kifejezés, képzőművészet, művészettörténeti stíluskorszakok Biológia-egészségtan: az emberi test síkjai, szimmetriája. Építészeti alkotások
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása feladatokban, tételek bizonyításában.		Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.	
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket - ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát - megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel 		

10. évfolyam

Témakör	Matematikai logika	Óraszám 10
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai tartalmú szöveg értelmezése.</p> <p>Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása.</p> <p>Állítás logikai értékének megállapítása (igaz-hamis) feladatokban.</p> <p>Állítás tagadása egyszerű feladatokban.</p> <p>Érvelés és vita, ellenpélda szerepe</p>	<p>Hétköznapi életből vett feladatok megoldása.</p> <p>Más tantárgyakból vett feladatok illetve a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek</p> <p>Szövegértés bármely tantárgyban.</p>
<p>A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása.</p> <p>A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értéke és tagadása.</p> <p>A „Ha ...akkor” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értéke és tagadása.</p>	<p>Stratégiai és logikai játékok.</p> <p>„Szigetlakó”, „ki a tettes” típusú feladatok csoportmunkában.</p>	<p>Állampolgári ismeretek: tudatos pénzügyi tervezés.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tétel, bizonyítás, igaz-hamis, „nem”, „és”, „vagy... , vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor”	
Továbbhaladás feltétele	A tanuló lássa a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; Tudja megállapítani egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; Tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.	

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 16
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. A szorzási elv alkalmazása. $n!$, n^k típusú feladatok.	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása rendszerezett leszámolással. Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű feladatokhoz saját szöveg írása, „feladatküldés” csoportmunkában. Téves megoldású kombinatorika-feladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása	Sport: csapatjátékok
Gráf alkalmazása konkrét hétköznapi matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladat-szöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában	Kémia: molekulák szerkezete. Informatika: számítógépes hálózatok felépítése. Földrajz: térképek, úthálózat. Sport. csapatjátékok szemléltetése
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, gráf csúcsa, él	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására rendszerezéssel - Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására matematikai problémákban - Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazására feladatok megoldásában - Összeszámlálási modellek alkalmazására feladatok megoldásában - Gráfok alkalmazására konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására 	

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 16
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számközbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Ismerje és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.	A pontos érték meghatározása igényének kialakítása A számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban Többféle bizonyítási lehetőség bemutatása (a <i>számtani- és mér-tani közép közti egyenlőtlenség bizonyítására</i>)	Fizika: fonalinga lengésideje, rezgésidő kiszámítása
Az n-edik gyök fogalma és alkalmazása <i>n-edik gyök azonosságai</i>	A pontos érték kiszámításának igénye, illetve a számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban.	Pénzügyi számítások: a kamatláb kiszámítása
Kulcsfogalmak/Fogalmak	négyzetgyök, n-edik gyök	
Továbbhaladás feltétele	- A négyzetgyök, és az n-edik gyök fogalmának, azonosságainak ismerete, a velük végzett műveletek magabiztos elvégzése mind a pontos érték, mind a közelítő érték meghatározásának tekintetében.	

Témakör	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Óraszám 22
Előzetes tudás	Mérlegelv, egyenletmegoldás lépései, nevezetes azonosságok, egyenlőtlenség fogalma, grafikus megoldás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Ellenőrzés és válaszadás az ésszerűségi szempontokat figyelembe véve.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenletek megoldása: grafikus megoldás; teljes négyzetté kiegészítés; szorzattá alakítás; mérlegelv;	Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.
A másodfokú egyenlet megoldóképlete. Diszkrimináns. A gyöktényezős alak.		
Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.	Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről.	
Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán.	Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során	
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.		Fizika, kémia: számítási feladatok
$\sqrt{x+c} = ax + b$ Értelmezési tartomány, ellenőrzés szerepe, szükségessége.		
<i>Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - problémának megfelelő matematikai modellt választ - a modellben kapott megoldást az eredeti problémába visszahelyettesítéssel értelmezi, ellenőrzi - megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi 	

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 12
Előzetes tudás	Függvény fogalma. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény. Függvények tulajdonságai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú függvények ábrázolása és jellemzése. (Ismétlés) Ábrázolás teljes négyzetté alakítással. Függvénytranszformációk. $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $.	geometriai szerkesztő program használata	Informatika: függvényábrázolás, grafikonszerkesztés.
Négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése és függvény transzformációk végrehajtása. (Ismétlés)		
Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása		
Egyszerű másodfokú függvényekkel jellemezhető, gyakorlati élethez kapcsolódó szélsőértékfeladatok	megoldása csoportmunkában	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, érték-készlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitálisan ábrázol - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, $f(x)=c$ megoldja - grafikonról leolvassza alapvető tulajdonságokat 	

Témakör	Háromszögek	Óraszám 14
Előzetes tudás	Derékszögű háromszög, Pitagorasz-tétel. Háromszögek oldalaira és szögeire vonatkozó ismeretek. Speciális háromszögek. Háromszög területe.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hegyes szögek szögfüggvényei</p> <p>Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben</p> <p>Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei</p> <p>Tomposzög szinusza, koszinusza, tangense</p> <p><i>Szögfüggvények általánosítása (szinusz), Szinuszfüggvény</i></p>		<p>A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása</p> <p>Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában</p>	<p>Fizika: erővektorfelbontása derékszögű összetevőkre</p>
<p>Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.</p>		<p>Tetszőlegesen kijelölt háromszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben - alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban; - kiszámítja a háromszögek területét - válaszait megfelelő mértékegységben adja meg 		

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám 7
Előzetes tudás	Speciális négyszögek fogalmának, sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete. Négyszögek és tulajdonságai. Pitagorasz –tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyszögek területének meghatározása különböző módszerekkel	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással.</p> <p>Területszámítási feladatok megoldása.</p>	<p>Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Szabályos sokszög területének kiszámítása			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, őr tartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. 		

Témakör	A kör és részei	Óraszám 7
Előzetes tudás	Egyenes arányosság. Kör fogalma, kerülete, területe. Középponti szög.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Körrel kapcsolatos ismeretek bővítése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése. Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása.		Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a körív hosszával; különböző méretű körök esetén kapott adatok táblázatba foglalása. Körívvel készíthető motívumok tervezése.	Fizika: szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás. Képzőművészet, építészet, modellezés. Természeti környezet, kertépítés.
<i>Kerületi szög fogalma, tételek.</i>			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ki tudja számolni a kör részeinek területét, kerületét - geometriai feladatokban a mértékegységeknek megfelelően adja meg a választ 		

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 12
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása a problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.	Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.	Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában	Vizuális kultúra: összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
<i>Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok területének és területének, valamint a hasonló testek felszínének, és térfogatának arányára vonatkozó tételeket. 	

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám 10
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása hagyományos és internetes forrásból.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel.</p> <p>Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont.</p> <p>Adatok értelmezése, következtetések levonása. Grafikus manipulációk felismerése és javítása</p>	<p>Adatgyűjtés megtervezése, pl. forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés lebonyolítása. A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói kiselőadás formájában.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</p>
<p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>	<p>Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhető-e az ismert középértékekkel.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, szórás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására. - Ismeri a módusz és a medián, valamint a szórás fogalmát. - Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait 	

Témakör	Valószínűségi számítás	Óraszám 10
Előzetes tudás	Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakoriság, relatív gyakoriság táblázatok készítése Valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (dobások szabályos dobókockával, pénzérmével...).	Informatika: véletlenszám generálás, véletlen események szimulálása
Klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása	Különböző társasjátékokban nyeresési esély meghatározása. Szerencsjátékok esetében nyeresési esélyek összehasonlítása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség	
Továbbhaladás feltételei	- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, fogalmát értelmezi és alkalmazza.	

11. évfolyam

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 15
Előzetes tudás	Sorba rendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</p> <p>Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéssel és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátssza, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 	

Témakör	Számelméleti ismeretek	Óraszám 15
Előzetes tudás	oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám, számhalmazok, helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Szabályok betartása, korábbi ismeretek alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a kapott eredmény összevetése a valósággal. Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból (ismétlés)</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; – ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; – érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; – ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; 	

Témakör	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Óraszám 20
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök. Valós számok halmaza	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés) Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában	<i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
A logaritmus értelmezése Áttérés más alapú logaritmusra Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához <i>A logaritmus definíciójára épülő egyszerű logaritmosos egyenlet megoldása.</i>	Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. 	

Témakör	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Óraszám 12
Előzetes tudás	Törtekitevős hatvány, hatványozás azonosságai. Exponenciális egyenletek. Logaritmus fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	<p>Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.</p> <p>Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket – egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát 	

Témakör	Trigonometria	Óraszám 18
Előzetes tudás	Háromszög, négyszög, szabályos sokszög. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense. Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.
Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A szinusz-tétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusz-tétel, koszinusz-tétel	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusz-tételt – kiszámítja háromszögek területét; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét 	

Témakör	Koordinátageometria	Óraszám 26
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A vektor</p> <p>vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása.</p> <p>A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása</p> <p>Vektorok alkalmazása feladatok megoldásába</p>	<p>Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával</p> <p>Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p>	<p>Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p> <p>Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>
<p>Vektorok és pontok</p> <p>Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordinátarendszerben</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordinátarendszerben</p> <p>Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján</p> <p>Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái</p> <p>Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján</p> <p><i>Háromszög súlypontja. Szakaszharmadolópontja.</i></p>	<p>„Torpedójáték” koordinátarendszerben</p> <p>Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével</p> <p>Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordinátarendszerben, az eredeti adatok alapján</p>	<p>Informatika: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban</p> <p>Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján</p> <p>Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái</p> <p><i>Normálvektor definíciója, egyenes normálvektoros egyenlete.</i></p>	<p>Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével</p>	
<p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</p> <p><i>Kör és egyenes metszéspontja.</i></p>	<p>„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában – koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat – koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; – ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; – egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; – kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; – megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; 	

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám 16
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórási.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete</p> <p>Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</p> <p>Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</p> <p>A Simpson-paradoxon bemutatása példákon</p> <p>Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése</p> <p>Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal</p> <p>Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</p> <p>Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p> <p>Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórá	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén 	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 14
Előzetes tudás	A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p>	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérméssel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p>	<p>Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben (Brown-mozgás, Wiener-folyamat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; 	

12. évfolyam

Témakör	Halmazok, matematikai logika	Óraszám 8
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai logika különböző területeinek felismerése, felfedezése a hétköznapi problémákban	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</p> <p>Logikai kifejezések megfelelő használata</p> <p>Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p>	<p>A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével.</p> <p>Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül</p> <p>Logikai készséget fejlesztő játékok</p> <p>Stratégiai játékok, táblás játékok.</p> <p>Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p> <p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	logikai műveletek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; – tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani 	

Témakör	Sorozatok	Óraszám 24
Előzetes tudás	számsorozat fogalma, hatvány és logaritmus fogalma, százalékszámítás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalmának ismerete Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</p> <p>Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számítási sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</p>	<p>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</p> <p>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével.</p> <p>A sakktablóra elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p>	<p>Biológia: Fibonacci sorozat felírása, pl. napraforgó, virágszirmok száma, fenyőtoboz, ananász</p> <p>Életvitel: Kamatos kamatszámítás</p>
<p>Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</p> <p>Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</p> <p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</p> <p>Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</p>	<p>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</p>	<p>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; - a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; - a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; - mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. 	

Témakör	Térgeometria	Óraszám 26
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása a különböző testek esetén.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	Korábbi ismeretek alkalmazása.	Földrajz: különböző adatok ismeretében megfelelő távolságok, szögek kiszámítása, felszínszámítás
A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben	A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmóddal mérés és számolás, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai	Fizika: kapcsolat a tömeg, térfogat, sűrűség mennyiségei között, megfelelő mértékegységek alkalmazása

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban</p> <p>A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben</p> <p>A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással</p>	<p>Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel</p> <p>A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).</p> <p>Kémia: kristályok felépítése.</p>
<p>Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása</p>		
<p>A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazás</p>	<p>Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</p>	<p>Vizuális kultúra: A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak méretarányos ábrázolása, felszínének és térfogatának meghatározása becsléssel, méréssel</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallapp, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója</p>	
<p>Továbbhaladás feltétele</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét - sík- és térgéometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait - lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját; - kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben; - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket; - ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket 	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 10
Előzetes tudás	A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. A valószínűség geometriai modellje. Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Az ismeretek alkalmazása a gyakorlati életből vett feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén</p> <p>A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</p> <p>Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p> <p>Diszkrét valószínűség eloszlások ábrázolása hagyományos vagy digitális eszközökkel.</p>	<p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeresemény és az igazságosság fogalmának kialakítása</p> <p>Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</p> <p>Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</p> <p>Életvitel: pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén 	

Témakör	Rendszerező összefoglalás	Óraszám 44
Előzetes tudás	A 3,5 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágai- ban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbő- vítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek sze- repének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felisme- rése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>		
<p><i>Számelmélet, algebra.</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulaj- donságok biztonságos használata. Az eredmények várható értéké- nek becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolato- k észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Sorozatok, függvények.</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>		
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>		
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Diagramok ismerete, grafikus manipulációk felismerése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a természetben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>		



Helyi tanterv
Érvényes: a 2020/2021-es tanévtől

Matematika
emelt szint

11-12. osztály



A heti és éves óraszámok

	A tantárgy heti óraszám	A tantárgy éves óraszám
11. évfolyam	6	204
12. évfolyam	6	168

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások). A 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

□

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni.

A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulóknak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulóknak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

□

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőképeség, másokkal való együttműködés készsége).



Matematika 11-12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projekt-feladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

11. évfolyam

A tantárgy heti óraszám: 6 óra

A tantárgy éves óraszám: 204 óra

A témakörök áttekintő táblázata:

□

Témakör neve	Óraszám
Trigonometria	39
Számelméleti ismeretek, számhalmazok	12
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	35
Koordinátageometria	36
Sorozatok, határérték	51
Kombinatorika, gráfok	15
Valószínűségi számítás	16
Összes óraszám:	204

Témakör: Trigonometria (Óraszám: 39 óra)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- két vektor hajlásszögének meghatározása, skaláris szorzat használata
- ábrázolja, transzformálja és jellemzi a trigonometrikus függvényeket
- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt
- megold trigonometrikus egyenleteket és egyenlőtlenségeket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri a forgásszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- ismeri a trigonometrikus függvények grafikonját és jellemzését
- ismeri a periodikusság fogalmát
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög és forgásszögek szinusza, koszinusza, tangense, kotangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Trigonometrikus függvények ábrázolása, jellemzése, transzformációi
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével



- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel és koszinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben, térben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szögfüggvények közötti összefüggések használata
- Addíciós tételek: két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, egy szög kétszeresének szögfüggvényei,
- A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása.
- Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.
- Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.
- Trigonometrikus egyenletek
- Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.
- Trigonometrikus egyenlőtlenségek
- Grafikus megoldás, vagy egységkör alkalmazása.
- Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel, függvények periodikussága,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok (Óraszám: 12 óra)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;

□

- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; □ ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- átváltás különböző alapú számrendszerek között, műveletek számrendszerben adott számokkal
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

Témakör: Hatvány, gyök, logaritmus (Óraszám: 35 óra)

□

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.
- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök és a törtekitevőjű hatvány fogalmát

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- permanencia elv
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőjű számra
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Az n -edik gyök azonosságainak ismerete, bizonyítása, alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- A logaritmus fogalma
- Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.
- A logaritmus azonosságai.
- Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa, áttérés más alapú logaritmusra.

□

- Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.
- A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.
- *Matematikatörténet*: Napier, Kepler; a logaritmus fogalmának kialakulása, □ A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.
- Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.
- Inverz függvénykapcsolat.
- Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek.
- Exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek
- Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.
- Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosos egyenleteknél.
- Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.

Fogalmak

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus fogalma, logaritmusfüggvény, inverz függvény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- GeoGebra program használata
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése



Témakör: Koordinátageometria (Óraszám: 36 óra)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, szorzosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens
- A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata
- Az egyenes egyenletei:
 - Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete.
 - Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban.
 - Iránytényezős egyenlet.
- Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.
- Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata.

□

- A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.
- Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.
- Két egyenes metszéspontja.
- Két egyenes hajlásszöge.
- Egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- Kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének feltétele, két egyenes metszéspontja
- Megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása, két kör közös pontjainak meghatározása
- Felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.
- A parabola tengelyponti egyenlete.
- A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes.
- A parabola és a másodfokú függvény.
- Teljes négyzetté kiegészítés.
- A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.
- A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, irányvektor, normálvektor, iránytényező, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, parabola egyenlete, érintő

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenységrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

□

Témakör: Sorozatok (Óraszám: 51 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonaccisorozat. *Matematikatörténet: Fibonacci*
- Számtani sorozat fogalma, a számtani sorozat n -edik tagja.
- A számtani sorozat első n tagjának összege.
- Mértani sorozat fogalma, a mértani sorozat n -edik tagja.
- A mértani sorozat első n tagjának összege.
- *Matematikatörténet: Gauss.*
- Számítási feladatok számtani és mértani sorozatokra.
- Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.
- A számtani sorozat mint lineáris, és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.
- Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása.
- Törlesztési feladatok.
- Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.
- Sorozatok konvergenciája.
- A határérték szemléletes és pontos definíciói.
- Műveletek konvergens sorozatokkal.
- Konvergens és divergens sorozatok.
- Konvergens sorozatok tulajdonságai.
- Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek.
- Rendőrelv.
- Végtelen sorok.
- Végtelen sor konvergenciája, összege.
- Végtelen mértani sor.
- Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.

Fogalmak

Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat, sorozat határértéke, korlátossága, konvergens sorozat, divergens sorozat, végtelen sor,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Matematikatörténeti kiselőadások készítése
- Pénzügyi számítások, hitelfelvétel, törlesztőrészlet számítások csoportmunkában

□

- Digitális alkalmazások használata
- Gondolattérkép készítése

Témakör: Kombinatorika, gráfok (Óraszám: 15 óra)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása, Pascal háromszög
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf, út, vonal, kör fogalmának ismerete
- Euler vonal,
- Irányított gráf

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf, út, vonal, kör, Euler-vonal, irányított gráf

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése

□

Témakör: Valószínűség-számítás (Óraszám: 16 óra)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- feltételes valószínűség ismerete, kiszámítása
- várható érték kiszámítása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével

□

- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

12. évfolyam

A tantárgy heti óraszám: 8 óra

A tantárgy éves óraszám: 168 óra

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Statisztika	11
Függvények, differenciálszámítás	43
Síkidomok területe, integrálszámítás, térgeometria	60
Rendszerező összefoglalás	54
Összes óraszám:	168

Témakör: Leíró statisztika (Óraszám: 11 óra)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal
- Átlagos abszolút eltérés kiszámítása
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás, középértékek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

Témakör: Függvények, differenciálszámítás (Óraszám: 43 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése.
- Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.
- Függvény határértéke
- A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.
- Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.
- A függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.
- A függvények folytonossága.
- Példák folytonos és nem folytonos függvényekre.
- A folytonosság definíciói.
- Intervallumon folytonos függvények.
- Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.
- Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. □ A függvénygörbe érintőjének iránytangense, érintő egyenletének felírása □ A differenciálhatóság fogalma.
- A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény.
- Példák nem differenciálható függvényekre is.
- Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.
- Alapfüggvények deriváltja: konstans függvény, x^n , trigonometrikus függvények deriváltja.
- Műveletek differenciálható függvényekkel.

- Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg, szorzat, hányados, összetett függvény deriváltja.
- Magasabb rendű deriváltak.
- Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.
- A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.
- Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.
- Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.
- A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.
- Konvexitás vizsgálata deriválással.
- A konvexitás definíciója.
- Inflexiós pont.
- A második derivált és a konvexitás kapcsolata.
- Függvényvizsgálat differenciálszámítással.
- Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- GeoGebra program használatával függvények ábrázolása jellemzése
- Feladatmegoldás páros munkában vagy csoportmunkában
- Parabola szerkesztése
- Önálló feladatmegoldás

Fogalmak

függvény határértéke, folytonossága, differencia-, differenciálhányados, deriváltfüggvény, inflexiós pont, konvexitás

Témakör: Síkidomok területe, integrálszámítás, térgeometria

(Óraszám: 60 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A területszámítás alapelvei.
- Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből.
- A területszámítás módszereinek áttekintése.
- Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben (pl. geometriai bizonyításokban).
- Síkidomok területének meghatározása.
- Bevezető feladatok az integrál fogalmához.

- Függvény grafikonja alatti terület.
 - Alsó és felső közelítő összegek.
 - Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.
 - Közelítés véges összegekkel.
 - A határozott integrál fogalma, jelölése.
 - A szemléletes megközelítésre alapozva jutunk el a pontos definícióig.
 - Példa nem integrálható függvényre is.
 - Negatív függvény határozott integrálja.
 - A határozott integrál és a terület-előjeles terület.
 - Az integrál közelítő kiszámítása.
 - Matematikatörténet: Bernhard Riemann.
 - Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele.
 - Korlátos és monoton függvények integrálhatósága.
 - A határozott integrál tulajdonságai.
 - Az integrál mint a felső határ függvénye.
 - Integrálfüggvény.
- Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.
- Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.
- A primitív függvény fogalma.
- A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: \square hatványfüggvény, polinom függvény; \square trigonometrikus függvények.
- A Newton Leibniz tétel.
- Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler.
- Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra.
- Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.
- Forgástest térfogatának meghatározása.
- Henger, kúp, csonka kúp, gömb, gömbszelet térfogata.
- A térfogatszámítás alapelvei.
- Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből.
- A térfogatszámítás áttekintése.
- A térfogatszámítás néhány új eleme.
- A gúla, kúp térfogata.
- Csonka gúla, csonka kúp térfogata.
- Alakzatok felszíne, hálójá.
- Csonka gúla, csonka kúp felszíne.
- Gömb felszíne
- Térgeometria elemei.
- Szabályos testek.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- GeoGebra program használata
- Testek hálójának elkészítése
- Testek készítése kartonpapírból
- Térgeometriai modellek, élvázak használata
- Kahoot program használata ellenőrzéshez
- Feladatok megoldása páros és csoportmunkában

Fogalmak

Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál, primitív függvény, határozatlan integrál, felszín, térfogat, forgástest, csonkagúla, csonkakúp, gömb

Témakör: Rendszerező összefoglalás (Óraszám: 54 óra)

Gondolkodási módszerek:

- Halmazok, matematikai logika: Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz.
- Halmazok közötti műveletek.
- Végtelen halmazok elmélete; számosságok.
- Állítások, logikai értékük.
- Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.
- Kombinatorika, gráfok, algoritmusok: Permutáció, variáció, kombináció.
- Binomiális tétel. Pascal háromszög.
- Elemi gráfelméleti ismeretek.
- A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása

Algebra és számelmélet:

- Műveletek kifejezésekkel.
- Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok.
- A hatványozás azonosságai.
- A matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv.
- Gyökös kifejezések átalakításai.
- Exponenciális és logaritmusos kifejezések átalakításai.
- Oszthatósági szabályok.
- Összetett számok, prímszámok.
- Oszthatósági feladatok megoldása.

Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

- Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.

- Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.
- Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.

Függvények

- A függvény fogalma.
- Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus-, trigonometrikus függvények.
- Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint.
- Függvénytranszformációk.

–

Sorozatok, sorozatok

- A sorozat fogalma.
- Számtani, mértani sorozat.
- Rekurzióval megadott egyéb sorozatok.
- Sorozatok monotonitása, konvergenciája.
- A végtelen mértani sor.

Analízis

- Függvények korlátossága és monotonitása.
- Függvény határértéke, folytonossága.
- Differenciálhányados, derivált függvény.
- Differenciálási szabályok.
- Függvényvizsgálat differenciálás segítségével.
- Szélsőérték-meghatározási módok.
- A tanult függvények primitív függvényei.
- Integrálási módszerek.
- A határozott integrál.
- Newton Leibniz tétel.
- A határozott integrál alkalmazásai.

Geometria

- Geometriai alapfogalmak.
- Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.
- Geometriai alakzatok, bizonyítások.
- Nevezetes pontthalmazok.
- Síkidomok, testek, tulajdonságaik.
- Elemi sík- és térgeometriai tételek.
- Geometriai transzformációk: egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik.

–

Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria

- Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében.
- Vektorfelbontás, vektorok koordinátái.
- Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel.
- A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása.
- Trigonometrikus azonosságok.
- Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei.
- A parabola definíciója, egyenlete.

Geometria:

- A terület fogalma és kiszámítási módjai.
- A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai.
- Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.

Valószínűségszámítás, statisztika

- Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás, kvartilis.
- Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer.
- Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása.
- Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság.
- A valószínűség kiszámítási módjai.
- Geometriai valószínűség.
- Feltételes valószínűség.
- Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján.